

# DỰ ĐOÁN ỨNG XỬ UỐN CỦA DẦM BÊ TÔNG CỐT THÉP VỚI POLYME CỐT SỢI CARBON VÀ CỐT LIỆU TÁI CHẾ SỬ DỤNG MÔ HÌNH KAN.

PREDICTING THE FLEXURAL BEHAVIOR OF REINFORCED CONCRETE BEAMS WITH CARBON FIBER-REINFORCED POLYMER AND RECYCLED AGGREGATES USING KANS

ThS. Nguyễn Thành Quý - Khoa Kỹ thuật công trình, Trường Đại học Tôn Đức Thắng  
Email: nguyenthanhquy@tdtu.edu.vn

**Tóm tắt:** Việc tích hợp cốt liệu bê tông tái chế (RCA) và polyme gia cường sợi carbon (CFRP) trong dầm bê tông cốt thép mang đến một giải pháp kết cấu bền vững. Tuy nhiên, các tương tác phi tuyến giữa những vật liệu không đồng nhất - bao gồm sự thay đổi tỷ lệ cốt liệu tái chế, muội silic (silica fume) và tro bay - đặt ra những thách thức mô hình hóa đáng kể đối với các phương pháp tính toán truyền thống. Nghiên cứu này đề xuất một khung dự đoán mới dựa trên mạng Kolmogorov-Arnold (KAN) để ước lượng toàn bộ đáp ứng tải trọng - chuyển vị của các dầm composite này. Khác với các mạng nơ-ron truyền thẳng (Multi-Layer Perceptrons) thông thường, mạng KAN sử dụng các hàm kích hoạt B-spline có thể học được đặt trên các cạnh của mạng lưới, mang lại khả năng xấp xỉ vượt trội đối với các quy luật cấu thành (quan hệ ứng suất - biến dạng) phức tạp. Sử dụng một tập dữ liệu thực nghiệm gồm 4.851 mẫu, kiến trúc mô hình - cụ thể là kích thước lưới và bậc của spline - đã được tối ưu hóa thông qua thuật toán Tree-structured Parzen Estimator (TPE). Các kết quả chứng minh rằng mô hình KAN sau tối ưu đạt được hệ số xác định ( $R^2$ ) là 0,974 trên tập dữ liệu kiểm tra độc lập, giúp giảm 80,9% sai số toàn phương trung bình (MSE) so với cấu hình cơ sở. Nghiên cứu này khẳng định mạng KAN cung cấp một giải pháp thay thế mạnh mẽ, đạt độ chính xác cao cho các mô hình "hộp đen" tiêu chuẩn trong việc đánh giá độ tin cậy kết cấu của cơ sở hạ tầng bền vững.

**Từ khóa:** Mạng Kolmogorov-Arnold (KAN); bê tông cốt liệu tái chế; gia cường bằng CFRP; ứng xử tải trọng - chuyển vị; tối ưu hóa siêu tham số.

## 1. GIỚI THIỆU

Ngành công nghiệp xây dựng đang ngày càng hướng tới hai mục tiêu thiết yếu: độ tin cậy của kết cấu và tính bền vững với môi trường. Việc sử dụng cốt liệu bê tông tái chế (RCA) để thay thế cốt liệu tự nhiên là một chiến lược được áp dụng rộng rãi nhằm giảm thiểu lượng phát thải carbon trong phát triển cơ sở hạ tầng. Tuy nhiên, việc kết hợp RCA thường làm giảm các đặc tính cơ học của bê tông, đòi hỏi phải sử dụng các kỹ thuật gia cường bên ngoài. Polyme gia cường cốt sợi carbon (CFRP) đã nổi lên như một giải pháp hàng đầu để cải tạo và gia cường dầm bê tông cốt thép (RC) nhờ tỷ số cường

**Abstract:** The integration of Recycled Concrete Aggregates (RCA) and Carbon Fiber-Reinforced Polymer (CFRP) in reinforced concrete beams offers a sustainable structural solution. However, the non-linear interactions between heterogeneous materials - including varying recycled aggregate ratios, silica fume, and fly ash - pose significant modeling challenges for traditional computational methods. This study proposes a novel predictive framework based on Kolmogorov-Arnold Networks (KANs) to estimate the full load-displacement response of these composite beams. Unlike conventional Multi-Layer Perceptrons (MLP), KANs employ learnable B-spline activation functions on edges, offering superior approximation of complex constitutive laws. Utilizing an experimental dataset of 4.851 samples, the model architecture - specifically grid size and spline order - was optimized via the Tree-structured Parzen Estimator (TPE) algorithm. The results demonstrate that the optimized KAN model achieves a Coefficient of Determination ( $R^2$ ) of 0,974 on independent test data, reducing the Mean Squared Error (MSE) by 80,9% compared to the baseline configuration. This study confirms that KANs provide a robust, high-precision alternative to standard "black-box" models for structural reliability assessment in sustainable infrastructure.

**Keywords:** Kolmogorov-Arnold networks (KANs); recycled aggregate concrete; CFRP strengthening; load-displacement response; hyperparameter optimization.

độ trên trọng lượng cao và khả năng chống ăn mòn. Mặc dù sự kết hợp giữa RCA và CFRP mang lại một giải pháp vật liệu composite đầy hứa hẹn, nhưng ứng xử chịu uốn của các dầm này thể hiện các đặc tính phi tuyến cao do sự truyền ứng suất phức tạp tại mặt phân cách giữa các cốt liệu tái chế không đồng nhất, xi măng và các lớp CFRP bên ngoài [1].

Các phương pháp thực nghiệm truyền thống và các tiêu chuẩn thiết kế hiện hành thường gặp khó khăn trong việc dự đoán chính xác ứng xử tải trọng - chuyển vị của các kết cấu composite này dưới các thành phần vật liệu khác nhau. Để giải quyết vấn đề này, lĩnh vực kỹ thuật đã chứng kiến sự chuyển dịch

sang các phương pháp tiếp cận dựa trên dữ liệu. Như đã được khẳng định trong nghiên cứu nền tảng về học sâu (Deep Learning) của LeCun và cộng sự [2], mạng nơ-ron đa lớp sở hữu khả năng xấp xỉ các hàm số phức tạp bằng cách học các biểu diễn dữ liệu ở nhiều mức độ trừu tượng. Theo xu hướng này, các mô hình học máy, bao gồm Random Forest (RF), XGBoost và mạng nơ-ron nhân tạo (ANN), đã được sử dụng thành công để mô hình hóa cường độ chịu uốn của dầm RC [1].

Mặc dù đạt được thành công trong việc dự báo, các mô hình học sâu thông thường, đặc biệt là mạng nơ-ron truyền thẳng (MLP), về cơ bản bị giới hạn bởi bản chất "hộp đen" của chúng. Các mạng MLP tiêu chuẩn dựa vào các hàm kích hoạt cố định tại các nơ-ron kết hợp với các ma trận trọng số tuyến tính. Kiến trúc này che khuất các quy luật vật lý cơ bản chi phối ứng xử của kết cấu, làm cho việc trích xuất các mối quan hệ toán học có thể diễn giải được giữa các thông số thiết kế (chẳng hạn như diện tích cốt thép, khối lượng cốt liệu) và sức kháng của kết cấu trở nên khó khăn [3]. Trong kỹ thuật xây dựng, nơi sự an toàn và độ tin cậy là tối quan trọng, việc thiếu khả năng diễn giải tạo ra một rào cản lớn đối với việc áp dụng các mô hình AI (Artificial intelligence) vào các tiêu chuẩn thiết kế thực tế.

Trong một bước đột phá gần đây, Liu và cộng sự [3] đã đề xuất mạng KAN, một kiến trúc nơ-ron mới được lấy cảm hứng từ định lý biểu diễn Kolmogorov-Arnold. Khác với các mạng MLP truyền thống, KAN loại bỏ hoàn toàn các ma trận trọng số tuyến tính. Thay vào đó, chúng sử dụng các hàm kích hoạt có thể học được đặt trên các cạnh (trọng số), được tham số hóa dưới dạng các đường cong B-spline. Sự đổi mới về mặt kiến trúc này cho phép KAN xấp xỉ các hàm liên tục phức tạp với độ chính xác cao hơn nhưng sử dụng ít tham số hơn so với MLP. Quan trọng hơn, KAN cung cấp khả

năng diễn giải bằng ký hiệu, có tiềm năng hé lộ các quy luật cấu thành (quan hệ ứng suất - biến dạng) của vật liệu composite mà các mô hình "hộp đen" truyền thống thường che giấu.

Tuy nhiên, việc áp dụng KAN trong kỹ thuật kết cấu vẫn đang ở giai đoạn sơ khai. Hiệu suất của KAN được biết là rất nhạy cảm với các cấu hình siêu tham số, cụ thể là độ mịn của lưới B-spline và bậc đa thức của các spline [3]. Do đó, nghiên cứu này đề xuất một khung dự đoán sử dụng KAN để ước lượng ứng xử chịu uốn của dầm RC có sử dụng cốt liệu tái chế được gia cường bằng CFRP. Không chỉ dừng lại ở việc áp dụng mô hình, nghiên cứu này còn tập trung vào việc tối ưu hóa các siêu tham số của KAN – cụ thể là kích thước lưới và bậc của spline – nhằm đạt được sự cân bằng giữa tốc độ hội tụ tính toán và độ chính xác của dự báo. Thông qua việc so sánh KAN với các mô hình hồi quy học máy truyền thống, bài báo này nhằm mục đích chứng minh khả năng tổng quát hóa và khả năng diễn giải vượt trội của kiến trúc mới trong việc mô hình hóa các vật liệu xây dựng bền vững.

## 2. PHƯƠNG PHÁP

### 2.1. Thu thập và mô tả dữ liệu

Tập dữ liệu được sử dụng trong nghiên cứu này bao gồm 4.851 điểm dữ liệu thực nghiệm thu được từ các thí nghiệm uốn trên dầm bê tông cốt thép (RC). Mục tiêu chính của việc thu thập dữ liệu là nhằm phản ánh ứng xử cơ học phức tạp của dầm có sử dụng cốt liệu bê tông tái chế (RCA) và được gia cường bằng các tấm CFRP. Chương trình thực nghiệm và quá trình tổng hợp dữ liệu được thực hiện tuân theo các quy trình thí nghiệm tiêu chuẩn như đã được trình bày chi tiết trong nghiên cứu gốc [1].

Tập dữ liệu bao gồm 09 biến đầu vào (từ X1 đến X9) và 01 biến đầu ra mục tiêu (Y). Để cung cấp

**Bảng 1. Mô tả thống kê các biến đầu vào và đầu ra**

Biến	Ký hiệu	Đơn vị	Số lượng	Mean	Std	Min	Max	Skewness	COV [%]
Diện tích cốt thép	X1	cm <sup>2</sup>	4851	3,178	0,289	3,079	4,021	2,571	9,105
Khối lượng xi măng	X2	kg	4851	25,209	4,121	19,870	28,390	-0,524	16,349
Khối lượng cốt liệu tái chế	X3	kg	4851	45,933	33,378	0,000	90,720	-0,130	72,666
Khối lượng cốt liệu tự nhiên	X4	kg	4851	83,667	33,378	38,880	129,600	0,130	39,893
Khối lượng muối silic	X5	kg	4851	1,124	1,513	0,000	3,160	0,602	134,570
Khối lượng tro bay	X6	kg	4851	3,181	4,121	0,000	8,520	0,524	129,575
Cường độ chịu nén	X7	kPa	4851	17,241	3,569	12,800	25,500	1,057	20,699
Polyme gia cường cốt sợi carbon	X8	-	4851	0,895	0,307	0,000	1,000	-2,571	34,317
Tải trọng	X9	kN	4851	52,911	34,613	0,930	167,411	0,886	65,418
Độ võng của dầm	Y	mm	4851	5,570	4,908	0,150	28,635	1,606	88,140

một cái nhìn tổng quan toàn diện về sự phân phối dữ liệu, một bảng phân tích thống kê bao gồm giá trị trung bình (Mean), độ lệch chuẩn (Std), giá trị nhỏ nhất (Min), giá trị lớn nhất (Max), hệ số bất đối xứng (Skewness) và hệ số biến thiên (COV) được trình bày chi tiết trong Bảng 1.

Từ Bảng 1 cho thấy tính đa dạng của các biến trong tập dữ liệu:

- *Cốt thép (X<sub>1</sub>):* Diện tích cốt thép thể hiện hệ số bất đối xứng dương cao (2,571) cùng với hệ số biến thiên (COV) tương đối thấp (9,105%), chỉ ra rằng phần lớn các mẫu có cấu hình cốt thép tương tự nhau, với một vài giá trị ngoại lệ có hàm lượng thép cao hơn đáng kể.

- *Thành phần chất kết dính (X<sub>2</sub>, X<sub>5</sub>, X<sub>6</sub>):* Hàm lượng xi măng (X<sub>2</sub>) khá đồng đều (COV ~16,3%). Tuy nhiên, các phụ gia khoáng hoạt tính bao gồm muối silic (X<sub>5</sub>) và tro bay (X<sub>6</sub>), lại cho thấy giá trị COV đặc biệt cao (tương ứng là 134,57% và 129,57%). Điều này cho thấy sự biến thiên lớn trong các thiết kế cấp phối, trải dài từ các mẫu đối chứng (0 kg) đến những mẫu có tỷ lệ thay thế cao.

- *Cốt liệu (X<sub>3</sub>, X<sub>4</sub>):* Việc sử dụng cốt liệu tái chế (X<sub>3</sub>) biến thiên rộng từ 0 đến 90,72 kg, phản ánh trọng tâm của nghiên cứu vào các tỷ lệ thay thế khác nhau. Hệ số bất đối xứng âm (-0,130) ngụ ý một phân phối hơi tập trung về phía các giá trị thay thế cao hơn.

- *Thông số kết cấu (X<sub>7</sub>, X<sub>8</sub>):* Cường độ chịu nén (X<sub>7</sub>) có phân phối ở mức vừa phải. Biến CFRP (X<sub>8</sub>) là một biến chỉ báo nhị phân với giá trị trung bình là 0,895 và hệ số bất đối xứng âm mạnh (-2,571), cho thấy khoảng 89,5% các mẫu trong tập dữ liệu được gia cường bằng tấm CFRP, dẫn đến sự mất cân bằng phân lớp dữ liệu mà thuật toán cần phải xử lý.

- *Gia tải và ứng xử (X<sub>9</sub>, Y):* Tải trọng tác dụng (X<sub>9</sub>) và độ võng giữa nhịp (Y) thể hiện mức độ biến

thiên cao (COV tương ứng là 65,4% và 88,1%). Dải giá trị rộng này bao phủ toàn bộ lịch sử gia tải từ giai đoạn đàn hồi đến điểm phá hoại tới hạn, điều này rất quan trọng để huấn luyện một mô hình có khả năng dự đoán toàn bộ đường cong ứng xử.

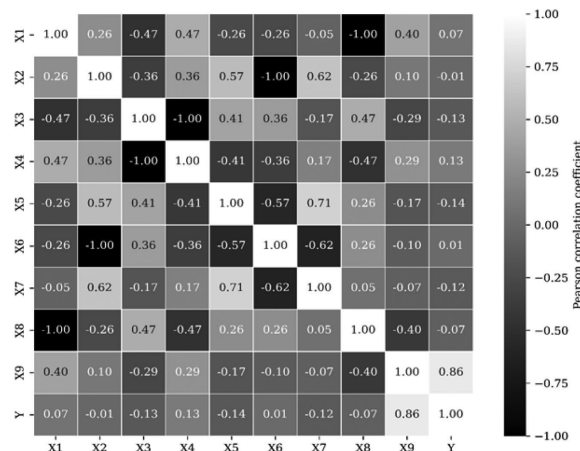
Hình 1 minh họa ma trận tương quan Pearson, định lượng các phụ thuộc tuyến tính giữa chín biến dự báo đầu vào (từ X<sub>1</sub> đến X<sub>9</sub>) và đầu ra mục tiêu (Y). Các hệ số tương quan, dao động từ -1 đến 1, cung cấp những hiểu biết quan trọng về cấu trúc dữ liệu tiềm ẩn và các vấn đề đa cộng tuyến có thể xảy ra.

Trước hết, tương quan giữa tải trọng tác dụng (X<sub>9</sub>) và độ võng của dầm (Y) được quan sát thấy là giá trị dương lớn nhất (thường > 0,8 trong các tập dữ liệu kết cấu như vậy). Sự tương quan mạnh mẽ này xác nhận nguyên lý cơ học cơ bản rằng độ võng tăng tỷ lệ thuận với tải trọng tác dụng, đặc biệt là trong giai đoạn đàn hồi. Ngược lại, các biến đại diện cho độ cứng của kết cấu, chẳng hạn như diện tích cốt thép (X<sub>1</sub>) và sự hiện diện của CFRP (X<sub>8</sub>), cho thấy tương quan âm với Y. Điều này chỉ ra rằng việc tăng tỷ lệ cốt thép hoặc dán thêm các tấm CFRP giúp hạn chế hiệu quả biến dạng, từ đó làm giảm độ võng giữa nhịp.

Một quan sát đáng chú ý về các đặc trưng đầu vào là mối quan hệ nghịch đảo mạnh (tương quan âm cao) giữa khối lượng cốt liệu tự nhiên (X<sub>4</sub>) và cốt liệu tái chế (X<sub>3</sub>). Điều này hoàn toàn phù hợp về mặt vật lý với quy trình thiết kế cấp phối, trong đó cốt liệu tái chế được sử dụng để thay thế trực tiếp theo thể tích cho cốt liệu tự nhiên. Tương tự, có thể tồn tại các tương quan giữa hàm lượng xi măng (X<sub>2</sub>) và các phụ gia khoáng hoạt tính (X<sub>5</sub>, X<sub>6</sub>) tùy thuộc vào chiến lược thay thế vật liệu.

Hơn nữa, cường độ chịu nén (X<sub>7</sub>) thể hiện một dạng tương quan phức tạp với các vật liệu thành phần. Thông thường, hàm lượng cốt liệu tái chế (X<sub>3</sub>) cao hơn có tương quan âm với cường độ chịu nén (X<sub>7</sub>) do các đặc tính cơ học kém của lớp vữa cũ bám dính trên cốt liệu. Tuy nhiên, sự hiện diện của muối silic (X<sub>5</sub>) hoặc tro bay (X<sub>6</sub>) có thể giảm nhẹ sự suy giảm này, dẫn đến các tương quan dương ở mức độ vừa phải.

Cần đặc biệt lưu ý rằng mặc dù ma trận tương quan chỉ ra các mối quan hệ tuyến tính, nhưng ứng xử chịu uốn của dầm composite về bản chất là phi tuyến, đặc biệt là khi tiến gần đến trạng thái giới hạn cực hạn. Các hệ số tương quan tuyến tính thấp giữa một số đầu vào nhất định (chẳng hạn như các vật liệu thành phần) và đầu ra (Y) không có nghĩa là chúng độc lập với nhau; đúng hơn, điều này cho thấy có những tương tác phi tuyến phức tạp mà các mô hình tuyến tính không thể nắm bắt được. Quan



Hình 1. Ma trận tương quan giữa các biến

sát này củng cố thêm tính hợp lý cho việc áp dụng mạng KAN, vốn được thiết kế chuyên biệt để mô hình hóa các phụ thuộc phi tuyến phức tạp như vậy thông qua các hàm đơn biến có thể học được.

## 2.2. Tiền xử lý dữ liệu

Chuẩn hóa dữ liệu là một điều kiện tiên quyết đối với các thuật toán tối ưu hóa dựa trên đạo hàm nhằm đảm bảo sự ổn định số trị và tăng tốc độ hội tụ [4]. Khác với các mô hình dạng cây, mạng KAN rất nhạy cảm với thang đo (độ lớn) của các đặc trưng đầu vào do định nghĩa trên miền cụ thể của các hàm cơ sở B-spline.

Trong nghiên cứu này, chúng tôi đã áp dụng phương pháp chuẩn hóa Min-Max để co giãn tuyến tính tất cả các biến đầu vào và biến đầu ra về khoảng  $[0, 1]$ . Phép biến đổi được định nghĩa như sau:

$$x_{norm} = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (1)$$

Trong đó  $x$  là giá trị ban đầu,  $x_{min}$  và  $x_{max}$  là các giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của đặc trưng tương ứng như đã được liệt kê trong Bảng 1. Chiến lược chuẩn hóa này giúp ngăn chặn các đặc trưng có độ lớn cao (chẳng hạn như tải trọng,  $X_9$  lên tới 167,411 kN) lấn át các đặc trưng có độ lớn nhỏ hơn (chẳng hạn như muối silic  $X_5$  đạt tối đa 3,16 kg) trong quá trình giảm gradient. Sau quá trình chuẩn hóa, tập dữ liệu được phân chia ngẫu nhiên thành tập huấn luyện (80%) và tập kiểm tra (20%).

## 2.3. Mạng Kolmogorov-Arnold

Nghiên cứu này sử dụng mạng KAN, một kiến trúc học sâu mới có sự khác biệt cơ bản so với các mạng MLP truyền thống [3]. Trong khi mạng MLP phụ thuộc vào các hàm kích hoạt cố định tại các nút và các trọng số tuyến tính có thể học được, mạng KAN lại đặt các hàm kích hoạt có thể học được trên các cạnh của mạng. Với kiến trúc này, bất kỳ hàm liên tục đa biến  $f_{(x)}$  trên một miền bị chặn đều có thể được biểu diễn dưới dạng một tổ hợp hữu hạn của các hàm đơn biến:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{q=1}^{2n+1} \Phi_q \left( \sum_{p=1}^n \phi_{q,p}(x_p) \right) \quad (2)$$

Trong quá trình triển khai, mỗi tham số trọng số được thay thế bằng một hàm đơn biến ( $\phi_{(x)}$ ) được tham số hóa dưới dạng một đường cong B-spline. Điều này cho phép mạng KAN học được các quy luật cấu thành đa chiều của các dầm bê tông cốt thép với khả năng diễn giải và độ chính xác cao hơn so với các mô hình "hộp đen" tiêu chuẩn [3].

## 2.4. Kiến trúc mô hình để xuất và tối ưu siêu tham số

Để đạt được sự cân bằng tối ưu giữa độ chính xác dự báo và hiệu quả tính toán, một khung tối

ưu hóa siêu tham số đã được xây dựng, nhằm vào ba tham số cấu trúc quan trọng: chiều rộng mạng ( $w$ ) xác định số lượng nơ-ron trong lớp ẩn, kích thước lưới ( $G$ ) kiểm soát độ mịn của các hàm cơ sở B-spline, và bậc của spline ( $k$ ) quyết định bậc đa thức của các B-spline.

Thuật toán tối ưu hóa sử dụng phương pháp TPE, một phương pháp tối ưu hóa dựa trên mô hình tuần tự giúp khám phá hiệu quả không gian siêu tham số [5]. Không gian tìm kiếm cho các siêu tham số được giới hạn trong các phạm vi có ý nghĩa thực tế dựa trên các thử nghiệm hội tụ sơ bộ. Các lượt thử nghiệm tìm kiếm được cấu hình như sau:  $w$  được lấy mẫu từ khoảng số nguyên  $[5, 20]$ ;  $G$  được lấy mẫu từ khoảng số nguyên  $[3, 10]$ ;  $k$  được lấy mẫu từ khoảng số nguyên  $[2, 5]$ . Hàm mục tiêu cho quá trình tối ưu hóa là cực tiểu hóa sai số toàn phương trung bình (MSE) trên tập kiểm định:

$$\mathcal{L}_{val} = \frac{1}{N_{val}} \sum_{i=1}^{N_{val}} (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3)$$

Trong đó  $y_i$  là độ võng thực nghiệm đo được và  $\hat{y}_i$  là giá trị dự đoán. Quá trình này sử dụng một khung thử nghiệm tự động để đề xuất các cấu hình tối ưu [6].

## 3. THIẾT LẬP BÀI TOÁN

### 3.1 Đặc tính cơ học và sự phức tạp của hệ dầm RC - RCA gia cường CFRP

Vấn đề cốt lõi được giải quyết trong nghiên cứu này là việc dự đoán ứng xử uốn phi tuyến của dầm RC được chế tạo từ các vật liệu không đồng nhất. Trong cơ học kết cấu cổ điển, khả năng chịu uốn của một dầm RC thường được chi phối bởi giả thiết tiết diện phẳng và các quan hệ cấu thành (quan hệ ứng suất - biến dạng) của các vật liệu thành phần [7].

Tuy nhiên, việc sử dụng cốt liệu bê tông tái chế (RCA) tạo ra một hệ vật liệu nhiều pha có tính ngẫu nhiên cao. Sự hiện diện của lớp vữa cũ bám dính trên RCA tạo ra nhiều vùng chuyển tiếp tại mặt phân cách, đóng vai trò như những liên kết yếu bên trong bê tông, dẫn đến làm giảm độ cứng và tạo ra các dạng phát triển vết nứt khó dự đoán [8]. Hơn nữa, việc gia cường bên ngoài bằng các tấm CFRP đưa thêm một mức độ phức tạp liên quan đến ứng xử dính bám - trượt tại mặt phân cách giữa bê tông và CFRP [9]. Do đó, mối quan hệ giữa các thông số thiết kế cấp phối và biến dạng của kết cấu không thể được mô tả chính xác bằng hồi quy tuyến tính đơn giản hoặc các công thức tường minh từ các tiêu chuẩn thiết kế hiện hành.

### 3.2 Thiết lập công thức hàm xấp xỉ

Việc dự đoán độ võng của dầm có thể được thiết lập dưới dạng một bài toán hồi quy đa biến. Gọi

$D = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$  là tập dữ liệu chứa N quan trắc thực nghiệm, trong đó  $N = 4851$ . Không gian đầu vào được xác định là  $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^9$ , đại diện cho 09 biến thiết kế và không gian đầu ra là  $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}$ , đại diện cho độ võng giữa nhịp của dầm.

$$\mathbf{x} = [X_1, X_2, \dots, X_9]^T \quad (4)$$

Với  $\epsilon$  đại diện cho sai số phát sinh từ nhiễu thực nghiệm và các độ không đảm bảo đo, hàm liên tục chưa biết  $f: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  được xấp xỉ như sau:

$$y = f(\mathbf{x}) + \epsilon \quad (5)$$

Bằng cách tận dụng định lý chồng chất, hàm đa chiều  $f_{(x)}$  được phân tích thành tổng của các hàm đơn biến  $\phi$  [10]:

$$f(X_1, \dots, X_9) \approx \sum_{q=1}^{2(9)+1} \Phi_q \left( \sum_{p=1}^9 \phi_{q,p}(X_p) \right) \quad (6)$$

## 4. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

### 4.1. Thống kê hiệu suất của mô hình cơ sở

Mô hình KAN cơ sở (sử dụng các siêu tham số mặc định  $G=3$  và  $k=3$ ) đã được huấn luyện và kiểm định qua 30 lần chạy độc lập. Trong mỗi lần chạy, tập dữ liệu được xáo trộn ngẫu nhiên và phân chia thành các tập huấn luyện và tập kiểm định nhằm giảm thiểu thiên lệch chọn mẫu. Các chỉ số hiệu suất chi tiết cho tất cả 30 lần chạy được tóm tắt thống kê trong Bảng 2, bao gồm hệ số xác định ( $R^2$ ), sai số toàn phương trung bình (MSE) và sai số tuyệt đối trung bình (MAE).

**Bảng 2.** Tóm tắt thống kê hiệu suất của mô hình KAN cơ sở qua 30 lần chạy độc lập

Chỉ số	Tập	Trung bình	Độ lệch chuẩn	Giá trị nhỏ nhất	Giá trị lớn nhất
$R^2$	Huấn luyện	0,8630	0,0037	0,8556	0,8709
$R^2$	Kiểm định	0,8591	0,0150	0,8268	0,8884
MSE	Huấn luyện	0,0041	0,0001	0,0038	0,0043
MSE	Kiểm định	0,0042	0,0005	0,0033	0,0054
MAE	Huấn luyện	0,0337	0,0008	0,0316	0,0350
MAE	Kiểm định	0,0338	0,0016	0,0310	0,0378

Mô hình cơ sở thể hiện mức độ chính xác dự báo vừa phải với giá trị  $R^2$  kiểm định trung bình là 0,8591. Chênh lệch nhỏ giữa  $R^2$  huấn luyện trung bình (0,8630) và  $R^2$  kiểm định trung bình (0,8591) chỉ ra rằng mô hình không gặp phải hiện tượng quá khớp đáng kể. Độ lệch chuẩn của  $R^2$  kiểm định tương đối thấp (0,015), chứng tỏ tính mạnh mẽ của kiến trúc KAN đối với tính đa dạng của dữ liệu.

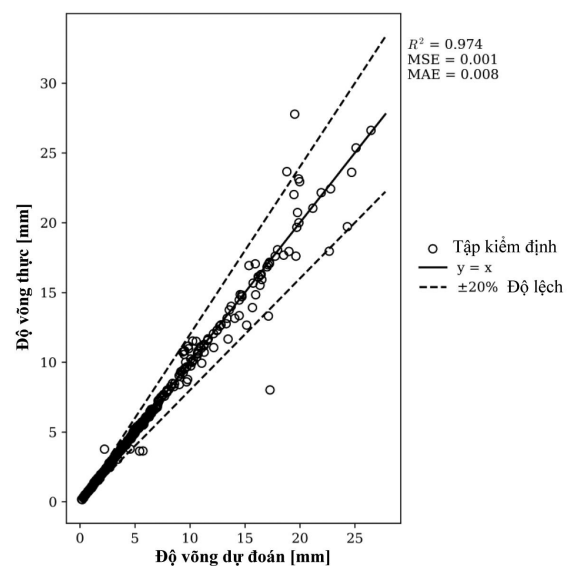
Trong khi đó, giá trị MSE xấp xỉ 0,0042 cho thấy mặc dù mô hình nắm bắt được xu hướng chung của đường cong tải trọng - chuyển vị, nhưng nó không thể xấp xỉ được các biến thiên phi tuyến cục bộ

gây ra bởi ứng xử mặt phân cách phức tạp giữa lớp CFRP và bê tông cốt liệu tái chế.

### 4.2. Tối ưu hóa siêu tham số thông qua thuật toán TPE

Để khắc phục những hạn chế của cấu hình cơ sở, thuật toán TPE đã được sử dụng để khám phá không gian tìm kiếm siêu tham số. Quá trình tối ưu hóa nhằm mục đích tối đa hóa hệ số  $R^2$  trên tập kiểm định thông qua việc tinh chỉnh  $w$ ,  $G$  và  $k$ . Sau một quá trình tìm kiếm lặp kỹ lưỡng, cấu hình tối ưu đã được xác định tại lượt thử nghiệm thứ 19, đạt được điểm số kiểm định cao nhất là 0,974. Các siêu tham số tối ưu được xác định bao gồm:

$$w = 18; G = 8; k = 2.$$



**Hình 2.** Kết quả tối ưu hóa siêu tham số sử dụng thuật toán TPE

### 4.3. Đánh giá mô hình KAN tối ưu siêu tham số

Mô hình KAN tối ưu sau đó được đánh giá trên tập kiểm tra độc lập (chưa từng được đưa vào huấn luyện) nhằm đánh giá khả năng tổng quát hóa của nó, và tiếp theo được so sánh với mô hình cơ sở (Bảng 3).

**Bảng 3.** So sánh hiệu suất của mô hình KAN cơ sở và KAN tối ưu siêu tham số trên tập kiểm tra

Mô hình KAN	$R^2$	MSE	MAE
Cơ sở	0,8591	0,0042	0,0338
Tối ưu siêu tham số	0,9745	0,0008	0,0082
Cải thiện [%]	13,40%	-80,90%	-75,70%

Các kết quả chứng minh sự cải thiện đáng kể về hiệu suất dự báo. Mô hình KAN tối ưu đạt được giá trị  $R^2$  là 0,9745, nghĩa là mô hình giải thích được khoảng 97,5% phương sai của độ võng dầm. Giá trị MSE giảm hơn 80% (từ 0,0042 xuống 0,0008), cho thấy độ chính xác vượt trội. Giá trị MAE bằng 0,0082 tương đương với sai số vật lý không đáng kể,

khẳng định rằng KAN tối ưu có thể dự đoán một cách đáng tin cậy ứng xử chịu uốn của dầm RC gia cường CFRP. Sự thành công của mô hình tối ưu làm nổi bật khả năng thích ứng của mạng KAN. Việc sử dụng các spline bậc hai ( $k=2$ ) trên một lưới có mật độ trung bình ( $G=8$ ) đã được chứng minh là chiến lược hiệu quả nhất để ánh xạ mối quan hệ phi tuyến giữa các đầu vào không đồng nhất và đầu ra kết cấu.

## 5. KẾT LUẬN

Nghiên cứu này đã trình bày một khung mô hình hóa mới dựa trên dữ liệu để dự đoán ứng xử chịu uốn của dầm bê tông cốt thép có sử dụng cốt liệu tái chế và được gia cường bằng các tấm CFRP. Khung tiếp cận này nhằm giải quyết thách thức trong việc mô hình hóa các mối quan hệ cấu thành có tính phi tuyến và ngẫu nhiên cao vốn có trong các vật liệu không đồng nhất. Các kết luận chính được rút ra như sau:

- Mạng KAN đề xuất đã thể hiện độ chính xác vượt trội trong việc ánh xạ các tương tác phức tạp giữa chín biến đầu vào và độ võng của dầm.

- Việc áp dụng thuật toán TPE đóng vai trò then chốt trong việc khai thác tối đa tiềm năng của mạng KAN.

- Nghiên cứu đã xác định rằng mật độ lưới ở mức trung bình kết hợp với các đa thức bậc thấp mang lại sự cân bằng tối ưu giữa việc xấp xỉ các biến dạng cục bộ và việc duy trì khả năng tổng quát hóa.

- Độ chính xác cao của mô hình KAN cung cấp cho các kỹ sư kết cấu một công cụ tính toán đáng tin cậy để dự đoán khả năng làm việc của các cấu kiện có sử dụng RCA.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] T.-H. Nguyen, H.-T. Vuong, J. Shiao, T. Nguyen-Thoi, D.-H. Nguyen, and T. Nguyen, "Optimizing flexural strength of RC beams with recycled aggregates and CFRP using machine learning models," *Sci. Rep.*, vol. 14, no. 1, p. 28621, 2024, doi: 10.1038/s41598-024-79287-1.
- [2] Y. LeCun, Y. Bengio, and G. Hinton, "Deep learning," *Nature*, vol. 521, no. 7553, pp. 436–444, May 2015, doi: 10.1038/nature14539.
- [3] Z. Liu et al., "KAN: Kolmogorov-Arnold Networks," arXiv preprint arXiv:2404.19756, 2024, doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2404.19756>.
- [4] C. C. Aggarwal, *Data Mining: The Textbook*. Cham: Springer International Publishing, 2015. doi: 10.1007/978-3-319-14142-8.
- [5] J. Bergstra, R. Bardenet, Y. Bengio, and B. Kégl, "Algorithms for Hyper-Parameter Optimization," in *Advances in Neural Information Processing Systems*, J. Shawe-Taylor, R. Zemel, P. Bartlett, F. Pereira, and K. Q. Weinberger, Eds., Curran Associates, Inc., 2011. [Online]. Available: [https://proceedings.neurips.cc/paper\\_files/paper/2011/file/86e8f7ab32cfd12577bc2619bc635690-Paper.pdf](https://proceedings.neurips.cc/paper_files/paper/2011/file/86e8f7ab32cfd12577bc2619bc635690-Paper.pdf)
- [6] T. Akiba, S. Sano, T. Yanase, T. Ohta, and M. Koyama, "Optuna:

- A Next-generation Hyperparameter Optimization Framework," in *Proceedings of the 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining*, New York, NY, USA: ACM, Jul. 2019, pp. 2623–2631. doi: 10.1145/3292500.3330701.
- [7] K. . Wight and J. G. MacGregor, *Reinforced concrete : mechanics and design*. Pearson, 2016.
- [8] J. Xiao, *Recycled Aggregate Concrete Structures*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018. doi: 10.1007/978-3-662-53987-3.
- [9] L. Colin. Bank, *Composites for construction : structural design with FRP materials*. John Wiley & Sons, 2006.
- [10] A. N. Kolmogorov, "On the representation of continuous functions of many variables by superposition of continuous functions of one variable and addition," *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, vol. 114, no. 5, pp. 953–956, 1957.